마탄자

특례수학 기출유형문제집

확률과 통계

송정석 지음

2021학년도 특례전형대비
확률과 통계
316제

마탄자의 STRUCTURE

새로운출제범위에따른 특례기출유형문제집

STEP1 개념보기

기본적인 교과서 내용과 특레지필고사에서 많이 출제된 개념들을 간단히 정리합니다. 특히 대학별고사에서 자주 출제되는 내용을 중심으로 구성하였습니다.

마탄자 Tip

문제 해결의 핵심 키워드 또는 접근법 등 실전에 활용할 수 있는 구체적인 문제 해결 방법을 제시하였습니다.

개념 04 중복조합

✎ 중복조합 Homogeneous product

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복조합의

① $(a+b+c)^n$ 의 전개식에서 항의 개수

서로 다른 3 개의 문자 a, b, c 에서 중복을 허락하여 n 개를

➡ ${}_3\mathrm{H}_n = {}_{n+2}\mathrm{C}_n = {}_{n+2}\mathrm{C}_2 = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

마탄자 Tip

※ 이항정리의 확장인 다항정리

▸ $(a+b+c)^n$ 의 전개식 $p+q+r=n,\ p \ge 0,\ q \ge 0,\ r \ge 0$

① 일반항 ➡ $\dfrac{n!}{p!q!r!}a^p b^q c^r$

② $a^p b^q c^r$ 의 계수 ➡ $\dfrac{n!}{p!q!r!}$

STEP2 개념문제

기본유형의 반복학습으로 중위권 대학문제와 상위권 대학에서 출제되는 개념 문제에 대비할 수 있도록 하였습니다.

02 중복조합

15 2019학년도 인하대

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

(가) $a+b+c+d=12$
(나) $a-b \ge 3$

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

STEP3 특례기출

1.절대개념
대표문항에서 활용할 수 있고 개념 이해에 도움이 되는 핵심내용을 요약하였습니다.

2.유형별 대표문항
모든 대학의 기출문제를 분석하여 특례지필고사의 출제경향을 담았습니다.

3.유형문제
대표문항과 같은 유형으로 문제를 파악하고 이를 통하여 실전 감각을 키울 수 있도록 합니다.

유형 03 중복조합과 부정방정식의 해

✎ 서로 같은 r 개를 n 명에게 나누어 주는 방법의 수

n 명이 가지고 있는 물건 개수의 합이 r 개다.

➡ ${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

✎ $x+y+z \le n$ $(x, y, z \ge 0$인 정수)의 경우의 수

➡ $x+y+z+w=n$ $(x, y, z, w \ge 0$인 정수)이므로 경우의 수는 ${}_4H_n$이다.

마탄자의 STRUCTURE

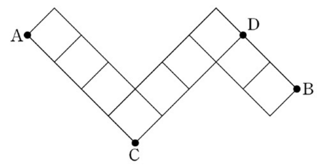
구성과 학습법, 단계별구성

STEP4 지필발전

지필발전문제로 특례고사 만점에 대비
단원별로 지필고사 유형의 수능기출, 평가원, 사관학교, 경찰대 기출문제를 수록하여 특례기출 유형에서 다룰 수 없었던 출제 가능한 고난도 유형과 새로운 유형 등을 담았습니다.

87 2013학년도 수능기출

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다.



이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고, D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 26 ② 24 ③ 22 ④ 20 ⑤ 18

STEP5 정답과 해설

빠른 정답
상세풀이
정확히 알고 있던 문제는 자신의 풀이를 해설과 비교하며 완벽히 익혀서 피드백 학습이 될 수 있도록 합니다.
틀린 문제나 모르는 문제는 관련된 절대개념과matanza tip을 통해서 자신의 약점을 파악하고 보완할 수 있도록 합니다.
다른 풀이
실전에서 필요한 다양한 풀이를 제공하였습니다.
절대 개념
용어의 정의와 활용, 문제 해결의 팁, 복습에 필요한 절대개념 등을 설명하였습니다.

09 정답 ②

8개의 문자 $KYUNGHEE$에서 K와 H를
모두 X라 하고 $XXYUNGEE$를 일렬로 나열한다.
8개의 문자 중 같은 문자 $XXEE$를 포함되어 있으므로
경우의 수는 $\frac{8!}{2!\,2!}=\frac{8!}{4}$

절대개념

▸ 순서가 정해진 순열
$KYUNGHEE$에서 K와 H의 순서가 정해져 있으므로 K, H를 X, X라 하고 $XXYUNGEE$를 일렬로 나열한다.
나열된 후 앞의 X에 K, 뒤의 X에 H를 넣는다.

마탄자 특례수학

CONTENTS

확률과 통계

Ⅰ 순열과 조합

Ⅱ 확률

Ⅲ 통계

정답 및 해설

I

순열과 조합

01 개념다시보기

개념 01 중복순열

✎ 중복순열(Repeated Permutation)

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_{n}\Pi_{r} = n^{r}$

✎ 중복순열의 예

① 1, 2, 3으로 만들 수 있는 두 자리 정수 ➡ ${}_{3}\Pi_{2} = 3^{2}$

② 5통의 편지를 3개의 우체통에 넣는 방법 ➡ ${}_{3}\Pi_{5} = 3^{5}$

③ 두 후보자에게 5명의 유권자가 기명 투표하는 방법 ➡ ${}_{2}\Pi_{5} = 2^{5}$

④ $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$에서 A에서 B로의 함수의 개수 ➡ ${}_{3}\Pi_{2} = 3^{5}$

따로 계산해야 한다.

개념 02 원순열

✎ 원순열(circular permutation)

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{{}_{n}P_{n}}{n} = \dfrac{n!}{n} = (n-1)!$

✎ 탁자순열(달라지는 자리가 있는 원순열)

n개의 서로 다른 물건을 다각형으로 배열하는 방법의 수는 원형으로 배열한 뒤 자리를 순차로 옮겨서 달라지는 것의 개수를 곱한다. (원순열의 수)×(회전할 때 달라지는 자리 수)

개념 03 같은 것이 있는 순열

✎ 같은 것이 있는 순열

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, r개 있을 때, 이 n개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는

$\dfrac{n!}{p!\times q!\times r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

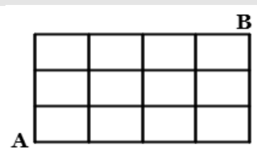
✎ 순서가 정해진 순열

나열되는 순서가 정해진 문자는 같은 것으로 보고 배열한다.

예를 들어 a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는 c, d를 모두 같은 문자 x로 생각하여 5개의 문자 a, b, e, x, x를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x는 c, 두 번째 x는 d로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{5!}{2!}=60$

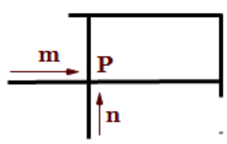
✎ 최단거리 경로의 수



A에서 B로 가장 짧은 길을 선택하는 방법의 수는 그림에서 직사각형의 가로로 가는 길을 a라고 하고 세로로 가는 길을 b라고 하면 가로의 길 a가 4개이고, 세로의 길 b가 3개가 있는 직사각형의 길이 된다.

따라서 최단거리의 길의 총수는 a, a, a, a, b, b, b를 배열하는 경우의 수 $\dfrac{7!}{4!\times 3!}=35$이다.

✎ 합의 법칙을 이용하는 방법



그림과 같이 격자 모양의 길에서 지점 P에 도착하는 경우의 수는 두 개의 경로 수의 합 $m+n$이다.

개념 04 중복조합

✎ 중복조합 Homogeneous product

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복조합의 수는 ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

① $(a+b+c)^n$ 의 전개식에서 항의 개수

서로 다른 3 개의 문자 a, b, c 에서 중복을 허락하여 n 개를 택하는 중복조합의 수

➡ ${}_3\mathrm{H}_n = {}_{n+2}\mathrm{C}_n = {}_{n+2}\mathrm{C}_2 = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

② 무기명 투표

r 명의 유권자가 n 명의 후보자에게 무기명 투표를 할 때, 득표수의 경우의 수 ➡ ${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

개념 05 중복조합과 부정방정식의 해

✎ 정수해의 개수

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_m = n$ (m, n 은 자연수)에서

① 음이 아닌 정수해의 개수 ➡ ${}_m\mathrm{H}_n = {}_{m+n-1}\mathrm{C}_n$

② 자연수의 개수(단, $n \geq m$) ➡ ${}_m\mathrm{H}_{n-m} = {}_{m+(n-m)-1}\mathrm{C}_{n-m} = {}_{n-1}\mathrm{C}_{m-1}$

③ $x+y+z \leq n$ (x, y, z은 음이 아닌 정수)의 경우의 수는 $x+y+z+w=n$ (x, y, z, w은 음이 아닌 정수)이므로 경우의 수는 ${}_4H_n$이다.

➡ $x+y+z=0$, $x+y+z=1$, $x+y+z=2$, $\cdots x+y+z=n$이므로

${}_3H_0 + {}_3H_1 + {}_3H_2 + \cdots + {}_3H_n$

$= {}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{n+2}C_n = {}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{n+2}C_2$

$= {}_3C_3 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{n+2}C_2$

$= {}_{n+3}C_3$

✎ 서로 같은 r 개를 n 명에게 나누어 주는 방법의 수 ➡ n 명이 가진 물건의 개수의 합이 r 개다.

$\therefore {}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

✎ 서로 같은 r 개를 n 명에게 적어도 하나씩 나누어 주는 방법의 수는

서로 다른 n 명에게 먼저 하나씩 나누어 주고 남은 $(r-n)$ 개를 n 명에게 나누어 주는 수와 같다.

$\therefore {}_n\mathrm{H}_{r-n} = {}_{r-1}\mathrm{C}_{r-n}$

✎ 중복순열과 중복조합의 비교

n개의 구슬을 k개의 상자에 넣을 때 구슬과 상자의 모양에 따라 구하는 방법

① 중복순열 : 서로 다른 n개의 구슬을 서로 다른 k개의 상자에 넣을 때

➡ 빈 상자 가능할 때 ${}_k\Pi_n = k^n$

② 중복조합 : 서로 같은 n개의 구슬을 서로 다른 k개의 상자에 넣을 때

➡ 빈 상자 가능할 때 ${}_kH_n$

개념 06 함수의 개수

✎ 함수의 개수

$n(X)=n,\ n(Y)=r\ (n \le r)$인 X에서 Y로의 함수 f의 개수는 집합 X의 각각의 원소가 대응하는 가짓수들의 곱이다.

① 함수의 개수는 중복순열 ➡ ${}_r\Pi_n = r^n$

② $x_1 \ne x_2$이면 $f(x_1) \ne f(x_2)$인 일대일 함수의 개수는 순열 ➡ ${}_rP_n$개

③ $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$인 증가함수의 개수는 조합 ➡ ${}_rC_n$

④ $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$인 함수의 개수는 중복조합 ➡ ${}_rH_n$

개념 07 이항정리

✎ 이항정리 : Binomial Theorem (二項定理)

자연수 n에 대하여 $(a+b)^n$을 전개하면

$(a+b)^n = {}_nC_0a^nb^0 + {}_nC_1a^{n-1}b^1 + {}_nC_2a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_{n-1}a^1b^{n-1} + {}_nC_na^0b^n$

$= \sum_{r=0}^{n} {}_nC_ra^{n-r}b^r$

02 개념확인문제

01 여러가지 순열

01 2014학년도 경희대

8개의 문자 카드 $\boxed{\mathrm{K}}\boxed{\mathrm{Y}}\boxed{\mathrm{U}}\boxed{\mathrm{N}}\boxed{\mathrm{G}}\ \boxed{\mathrm{H}}\boxed{\mathrm{E}}\boxed{\mathrm{E}}$ 중에서 세 개를 뽑아 일렬로 나열하여 만들 수 있는 문자열의 개수는?

① 210 ② 216 ③ 228 ④ 336

02

정육면체의 각 면을 서로 다른 6 가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는?

03 2017학년도 수능

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는?

① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

04

여섯 개의 숫자 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 에서 중복을 허용하여 만든 자연수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 1000 은 몇 번째 수인지 구하여라.

05 2018학년도 한양대 에리카

$HANYANG$의 7개 문자에서 임의로 5개의 문자를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 120 ② 480 ③ 690 ④ 1260

06 2011학년도 인하대

여섯 개의 숫자 $1, 2, 2, 3, 3, 3$ 으로 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는?

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44

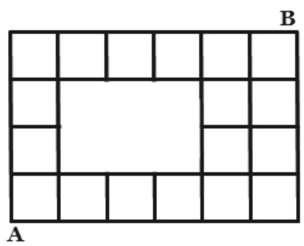
07

6 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 a 는 e 보다 앞에 오고, b 는 d 보다 앞에 오도록 일렬로 나열하는 방법의 수는?

08

2010학년도 인하대

아래 그림과 같은 도로가 있다. A지점에서 출발하여 B지점까지 가는 최단 경로의 가짓수는?



① 60 ② 80
③ 100 ④ 120

09

2017학년도 경희대

$KYUNGHEE$에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, K가 H의 왼쪽에 오도록 나열하는 방법의 수는?

① $\frac{8!}{2}$ ② $\frac{8!}{4}$ ③ $\frac{7!}{2}$ ④ $\frac{7!}{4}$

10

2012학년도 수능기출

흰 색 깃발 5 개, 파란색 깃발 5 개를 일렬로 모두 나열할 때, 양 끝에 흰색 깃발이 놓이는 경우의 수는? (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.)

① 56 ② 63 ③ 70 ④ 77 ⑤ 84

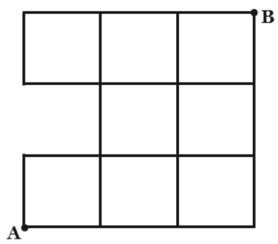
11

7 개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5 를 일렬로 나열할 때, 3, 4, 5 는 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하는 방법의 수는?

12

2015학년도 한양대 에리카

그림과 같은 모양의 도로망이 있다.

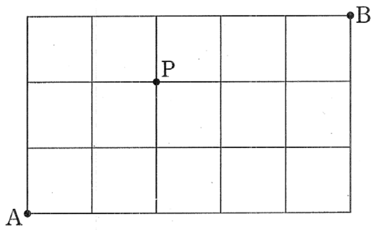


이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17

13 2018학년도 6월 모의수능

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

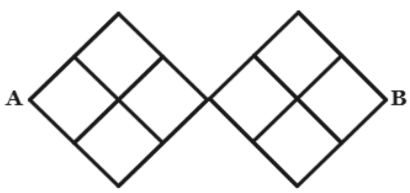


이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

14 2013학년도 9월 모의수능

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다.



이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

02 중복조합

15 2019학년도 인하대

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는?

(가) $a+b+c+d=12$
(나) $a-b\geq 3$

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

16 2019학년도 한양대 모의

방정식 $a+b+c+4d=20$을 만족시키는 2이상의 자연수 a, b, c, d의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수를 구하시오.

17 2019학년도 홍익대

네 자리 자연수 중 2477과 같이 (천의 자릿수) $\leq$ (백의 자릿수) $\leq$ (십의 자릿수) $\leq$ (일의 자릿수)인 수의 개수를 구하시오.

① 126 ② 360 ③ 495 ④ 504

02 개념확인문제

24 2014학년도 건국대

집합 $X=\{1,2\}$ 에서 $Y=\{1,2,3,4,5,6\}$로의 함수 $f:X\to Y$ 중에서 다음 조건을 만족하는 함수 f 의 개수는?

> $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \le f(x_2)$ 이다

① 6 ② 15 ③ 21 ④ 30

25 2017학년도 수능

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오.

> (가) $a+b+c=7$
> (나) $2^a \times 4^b$은 8의 배수이다.

26 2018학년도 9월 모의수능

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 $x,\ y,\ z$의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는?

> (가) $x+y+z=10$
> (나) $0 < y+z < 10$

① 39 ② 44 ③ 49 ④ 54 ⑤ 59

27

방정식 $a+b+c=k$를 만족시키는 $a \ge 1,\ b \ge 2,\ c \ge 3$ 인 정수 $a,\ b,\ c$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수가 15 일 때, 자연수 k의 값을 구하여라.

28

방정식 $x+y+z=13$ 을 만족시키는 홀수인 자연수 $x,\ y,\ z$의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는?

03 함수의 개수

29

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$ 에서 $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 로의 함수 f 에 대하여 다음을 구하여라.

① 함수의 개수
② 일대일함수의 개수
③ $f(1)< f(2)< f(3)$ 인 함수의 개수
④ $f(1)\le f(2)\le f(3)$ 인 함수의 개수

03 특례기출유형

유형 01 여러 가지 순열

✎ 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 원형으로 배열하는

방법의 수 ➡ $\dfrac{{}_nP_r}{r}$

✎ 정수 만들기

자연수 m, n에 대하여 0, 1, 2, $\cdots$, n의 $n+1$개의 숫자에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 m자리 정수의 개수

➡ $n \cdot {}_{n+1}\Pi_{m-1} = n(n+1)^{m-1}$

49 2018학년도 항공대

네 개의 수 1, 2, 3, 4와 두 개의 특수문자 @, #을 사용하여 다음 조건을 만족하는 패스워드를 만들려고 한다.

- 패스워드는 네 자리로 구성된다.
- 수는 중복하여 사용할 수 있고, 특수문자는 중복하여 사용할 수 없다.
- 특수문자가 1개 이상 포함되어 있다.

112@, 12#3과 같이 수와 특수문자를 포함하여 네 자리로 나열된 패스워드를 만들 때, 만들 수 있는 서로 다른 패스워드의 개수는?

① 702개 ② 704개 ③ 706개 ④ 708개

50 2018학년도 한양대 모의필답고사

7개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 중 4개를 선택하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 $\square$이다.

51 2016학년도 성균관대

9개의 항으로 이루어진 수열 $(a_1,\ a_2,\ \cdots, a_9)$가 다음의 두 조건을 만족시킨다고 하자.

(가) 수열의 각 항 a_k는 0, 1, 2 중의 하나이다.

(나) $a_{2n-1} > a_{2n}$이고 $a_{2n} < a_{2n+1}$이다.

예를 들면 $(1,\ 0,\ 2,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 2\ )$은 위의 두 조건을 만족하는 수열이 된다. 이러한 수열의 총 가짓수는?

① 75 ② 81 ③ 85 ④ 89 ⑤ 96

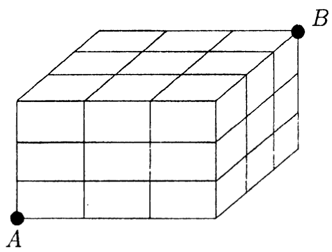
52 2017학년도 고려대

수직선 위의 원점에 동점 P가 있다. 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 점 P를 나온 눈의 수만큼 오른쪽으로 움직이고, 홀수의 눈이 나오면 나온 눈의 수의 2배만큼 왼쪽으로 움직인다. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 점 P가 원점 O에 있을 경우의 수를 구하시오.

03 특례기출유형

56 2011학년도 고려대

아래 그림은 3^3개의 작은 정육면체를 쌓아 새로운 큰 정육면체를 만들어 놓은 것이다. 작은 정육면체의 모서리들 중 아래 그림에서 보이는 것들만을 따라 A에서 B까지 최단거리로 움직이는 방법의 수를 구하면?

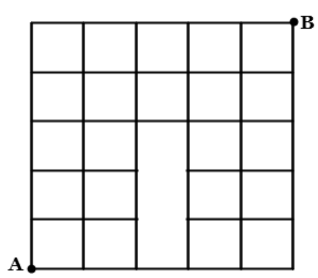


① 84 ② 148 ③ 168 ④ 184

57 2018학년도 성균관대

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 최단거리로 이동하는 경우의 수는?

① 146 ② 147
③ 148 ④ 149
⑤ 150



유형 03 중복조합과 부정방정식의 해

✎ 서로 같은 r 개를 n 명에게 나누어 주는 방법의 수

n 명이 가지고 있는 물건 개수의 합이 r 개다.

➡ ${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

✎ $x+y+z \le n$ ($x,\ y,\ z \ge 0$인 정수)의 경우의 수

➡ $x+y+z+w=n$ ($x,\ y,\ z,\ w \ge 0$인 정수)이므로 경우의 수는 ${}_4H_n$이다.

58 2019학년도 항공대

$x,\ y,\ z$는 음이 아닌 정수이고 n은 자연수일 때, $x+y+z=n$을 만족시키는 해의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수를 $f(n)$으로 정의하자. 이때
$f(1)+f(2)+f(3)+\ \cdots\ +f(10)$의 값은?

① 270 ② 275 ③ 280 ④ 285

59 2019학년도 아주대

빨간 공, 노란 공, 파란 공이 각각 10개씩 들어있는 주머니에서 10개의 공을 꺼낼 때, 각 색깔의 공이 적어도 한 개씩은 포함되도록 하는 경우의 수를 구하면?

① 20 ② 36 ③ 45 ④ 66 ⑤ 120

60 2018학년도 한양대

$x+y+z \le 26$을 만족시키는 양의 짝수 $x,\ y,\ z$의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는?

① 286 ② 290 ③ 294 ④ 298

77 2017학년도 한양대 에리카

$(x^2+1)\left(ax+\frac{1}{x}\right)^4$의 전개식에서 x^2의 계수가 $8a^2$의 값과 같을 때, 0이 아닌 실수 a의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4

78 2016학년도 한양대 에리카

$(x^3-x+2)(x^2+2)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① -48 ② 0 ③ 16 ④ 32

79 2015학년도 고려대

$\left(x^2+\frac{1}{x}+1\right)^8$ 의 전개식에서 x^5의 계수를 구하여라.

유형 07 이항계수의 성질

✎ 이항계수의 성질 (binomial coefficient)

$(1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1x + {}_nC_2x^2 + \cdots + {}_nC_nx^n$에서

① ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$

② ${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - {}_nC_3 + \cdots + (-1)^n \cdot {}_nC_n = 0$

80 2015학년도 성균관대

이항계수에 관한 다음의 합을 구하면?

$${}_{20}C_0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^{20} + {}_{20}C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{18} + \cdots + {}_{20}C_{2k}\left(\frac{1}{3}\right)^{2k}\left(\frac{2}{3}\right)^{20-2k} + \cdots + {}_{20}C_{20}\left(\frac{1}{3}\right)^{20}\left(\frac{2}{3}\right)^0$$

① $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ ② $1-\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$ ⑤ $1-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$

04 지필발전문제

83 2019학년도 고려대

서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, $|\log_2 a - \log_4 b| \le \frac{1}{2}$이 성립할 경우의 수를 구하시오.

84 2019학년도 건국대

60×154를 3개의 짝수의 곱으로 나타내는 경우의 수는? 이때 곱하는 순서를 고려하지 않는다.

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16

85 2018학년도 고려대

주사위 두 개를 던져 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 원 $(x-3)^2+(y-a)^2=2$와 직선 $y=x+b$가 서로 다른 두 개의 교점을 가지는 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오.

86 2019학년도 항공대

네 개의 알파벳 a, b, c, d와 두 개의 특수문자 X, Y를 사용하여 다음 조건을 만족하는 패스워드를 만들려고 한다.

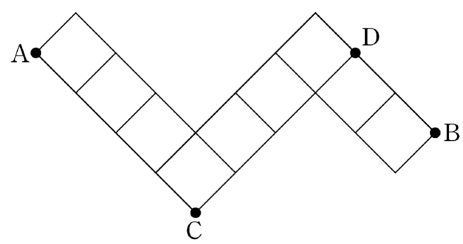
- 패스워드는 네 자리로 구성한다.
- 알파벳은 중복하여 사용할 수 있고, 특수문자는 중복하여 사용할 수 없다.
- 같은 알파벳을 연속하여 사용할 수 없다.
  (예를 들어 $aacX$, $Ybbd$는 패스워드로 사용할 수 없지만 $Xaba$는 사용할 수 있다.)
- 특수문자가 한 개 이상 포함되어야 한다.

위의 조건을 만족하는 서로 다른 패스워드의 개수는?

① 500 ② 502 ③ 504 ④ 506

87 2013학년도 수능기출

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다.



이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고, D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 26 ② 24 ③ 22 ④ 20 ⑤ 18

04 지필발전문제

94 2017학년도 고려대

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^6 = 485 + a\sqrt{6}$가 성립하도록 하는 a의 값을 구하시오.

95 2014학년도 9월 모의수능

방정식 $x+y+z=4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는?

① 21 ② 28 ③ 36 ④ 45 ⑤ 56

96 2014학년도 성균관대

방정식 $x+2y+6z=120$을 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z)의 개수는?

① 441(가지) ② 651(가지) ③ 961(가지)
④ 540(가지) ⑤ 256(가지)

97 2018학년도 수능기출

서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.)

① 220 ② 216 ③ 212
④ 208 ⑤ 204

98 2016학년도 경찰대

10명의 순경이 세 구역을 순찰하려고 한다. 각 구역에는 적어도 한 명이 순찰하고, 각 구역의 순찰 인원은 5명 이하가 되도록 인원수를 정하는 경우의 수는? (단, 한 명의 순경은 하나의 구역만 순찰하고, 순경은 서로 구분하지 않는다.)

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

99 2015학년도 9월 모의수능

자연수 n에 대하여 $abc = 2^n$ 을 만족시키는 1 보다 큰 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수가 28 일 때, n 의 값을 구하시오.

2021
특례전형대비

마할라

새로운 출제범위에 따른 특례기출 유형문제집

특례수학

정답 및 해설

빠른 정답

I 순열과 조합

STEP 01 개념확인문제

001. ③	002. 30	003. ③	004. 216	005. ③	006. ①	007. 180	008. ②	009. ②	010. ①
011. 210	012. ③	013. ⑤	014. ④	015. ④	016. 34	017. ③	018. 21	019. ②	020. ⑤
021. ②	022. 51	023. 15	024. ③	025. 32	026. ④	027. 10	028. 21	029. 해설	030. 24
031. 12	032. 51	033. ②	034. ③	035.①	036. ④	037. ②	038. ④	039. ④	040. ④
041. ①	042. ③	043. 55	044. 30	045. 91	046. ②	047.511	048. ④		

STEP 02 특례기출유형

								49. ②	50. 114
51. ④	52. 15	53. 10	54. ③	55. ②	56. ②	57. ②	58. ④	59. ②	60. ①
61. ②	62. ②	63. ④	64. ②	65. ②	66. ③	67. ④	68. ③	69. ③	70. 10
71. 9	72. 560	73. ④	74. ②	75. ②	76. ②	77. ①	78. ①	79. 560	80. ①
81. ③	82. ③								

STEP 03 지필발전문제

		083. 9	084. ③	085. 9	086. ③	087. ②	088. ②	089. ②	090. 220
091. ④	092. ②	093. ①	094. 198	095. ③	096. ②	097. ②	098. ②	099. 9	

II 확률

STEP 01 개념확인문제

									100. ②
101. ③	102. ④	103. ④	104. ⑤	105. ⑤	106. ⑤	107. ⑤	108. ④	109. 8	110. ⑤
111. 11	112. ③	113. ②	114. ②	115. ③	116. 30	117. 31	118. 1/5	119. 238	120. ④
121. 7	122. 0.54	123. ③	124. ③	125. ④	126. ④	127. ②	128. ④	129. ③	130.④
131. ④	132. ②	133. ①	134. ③	135. ㄴㄷ	136. ④	137. ④	138. ①	139. ②	140. ②
141. ①	142. ②	143. ①	144. ④						

STEP 02 특례기출유형

				145. ②	146. ⑤	147. ⑤	148. ②	149. ②	150. ①
151. ④	152. ③	153. ⑤	154. 19	155. ③	156. ②	157. ②	158. ④	159. ④	160. ②
161. ④	162. ③	163. ①	164. ③	165. ⑤	166. ①	167. ④	168. ①	169. ③	170. ④
171. ①	172. ②	173. ①	174. ②	175. ③	176. ③	177. ③	178. ①	179. 43	180. ⑤

01. 개념확인문제

01

정답 ③

세 개의 문자열의 모양은 (□ □ □)이고
두 개의 같은 문자 E가 있으므로 다음으로 계산한다.
① E를 0개 사용할 때 경우의 수는 ${}_6P_3=120$,
② E를 1개 사용할 때 경우의 수는 ${}_6C_2\times 3!=90$,
③ E를 2개 사용할 때 경우의 수는 ${}_6C_1\times\frac{3!}{2!}=18$
따라서 구하는 문자열의 개수는 228개다.

02

정답 30

특정한 색을 윗면에 칠하면 아랫면을 칠하는 방법의 수는 5이고, 옆면을 칠하는 방법의 수는
$(4-1)!=3!=6$
따라서 구하는 방법의 수는 $5\cdot 6=30$

03

정답 ③

일의 자리의 수는 5이어야 하므로 나머지 자리에 들어갈 수 있는 수의 개수는 중복을 허락하므로 모두 5개씩이다.
따라서 구하는 경우의 수는 ${}_5\Pi_3=5^3=125$

04

정답 216

한 자리 자연수의 개수는 5
두 자리 자연수의 개수는 $5\cdot{}_6\Pi_1=5\cdot 6=30$
세 자리 자연수의 개수는 $5\cdot{}_6\Pi_2=5\cdot 6^2=180$
따라서 1000보다 작은 자연수의 개수는
$5+30+180=215$이므로 1000은 216번째 수이다.

다른풀이

한 자리 자연수를 백의 자리와 십의 자리의 숫자가 0인 세 자리 자연수로 생각하면 세 자리 이하의 자연수의 개수는
${}_6\Pi_3-1=215$
따라서 1000은 216번째 수이다.

05

정답 ③

$AANNHYG$의 문자 중 A와 N은 2개가 중복되므로
ⓐ $AANN$□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$3\times\frac{5!}{2!2!}=90$
ⓑ AAN□□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_3C_2\times\frac{5!}{2!}=180$
ⓒ AA□□□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$\frac{5!}{2!}=60$
ⓓ ANN□□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_3C_2\times\frac{5!}{2!}=180$
ⓔ AN□□□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$5!=120$
ⓕ NN□□□ : 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$\frac{5!}{2!}=60$
따라서 구하는 방법의 수는 총 690가지 이다.

06

정답 ①

뽑은 네 개의 숫자가 3331일 때 $\frac{4!}{3!}=4$,
3332일 때 $\frac{4!}{3!}=4$
3322일 때 $\frac{4!}{2!2!}=6$
3321일 때 $\frac{4!}{2!}=12$
3221일 때 $\frac{4!}{2!}=12$이다
따라서 네 자리 자연수의 개수는 38개다.

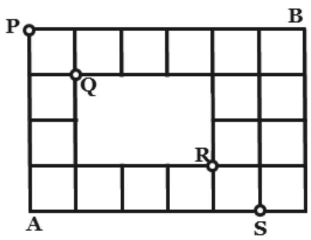
07

정답 180

a, e와 b, d의 순서가 각각 정해져 있으므로 a, e를 모두 x로, b, d를 모두 y로 생각하여 6개의 문자 x, y, c, y, x, f를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x는 a, 두 번째 x는 e로, 첫 번째 y는 b, 두 번째 y는 d로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{6!}{2!\cdot 2!}=180$

08 정답 ②

A에서 출발하여 B지점까지 갈 때 중간지점을 P, Q, R, S라고 한다.



① $A \to P \to B$인 경우 1가지,
② $A \to Q \to B$ 인 경우는 $4 \times 6 = 24$가지
③ $A \to R \to B$ 인 경우는 $5 \times 10 = 50$가지
④ $A \to S \to B$ 인 경우 $1 \times 5 = 5$가지
따라서 ①, ②, ③, ④에서 80가지이다.

09 정답 ②

8개의 문자 $KYUNGHEE$에서 K와 H를 모두 X라 하고 $XXYUNGEE$를 일렬로 나열한다.
8개의 문자 중 같은 문자 $XXEE$를 포함되어 있으므로 경우의 수는 $\dfrac{8!}{2!\,2!} = \dfrac{8!}{4}$

절대개념

▸ 순서가 정해진 순열
$KYUNGHEE$에서 K와 H의 순서가 정해져 있으므로 K, H를 X, X라 하고 $XXYUNGEE$를 일렬로 나열한다.
나열된 후 앞의 X에 K, 뒤의 X에 H를 넣는다.

10 정답 ①

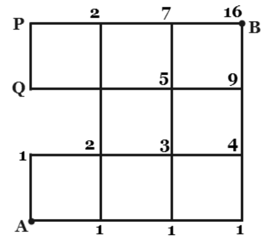
양 끝에 흰색이 놓이면, 가운데 5 개는 흰색 깃발 3 개, 파란색 깃발 5 개를 일렬로 나열하는 방법의 수가 된다.
$\therefore \dfrac{8!}{3!5!} = 56$

11 정답 210

3, 4, 5의 순서가 정해져 있으므로 3, 4, 5를 모두 x로 생각하여 7개의 문자 1, 1, 2, 2, x, x, x를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x는 3, 두 번째 x는 4, 세 번째 x는 5로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{7!}{2!\cdot 2!\cdot 3!} = 210$

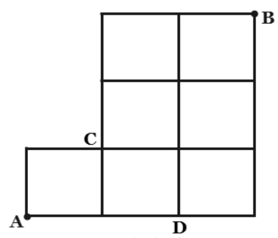
12 정답 ③

합의 법칙으로 최단거리로 가는 방법에서 두 지점 P, Q를 제외한다.



다른풀이

같은 것이 있는 순열을 이용하여 최단거리로 가는 방법의 수를 구하려면 직사각형 형태의 격자로 이루어진 도로망이 필요하다.
그림과 같이 A 지점에서 B 지점까지 가는 중간에 경유지 C, D를 표시하여 직사각형 형태의 격자가 생기게 하면 최단거리를 구한다.



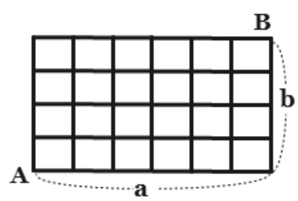
① $A \to C \to B$ 인 경우 : $2 \times \dfrac{4!}{2!\,2!} = 12$

② $A \to D \to B$ 인 경우 : $1 \times \dfrac{4!}{3!} = 4$

①, ②에서 16가지

마랄라 Tip

그림과 같이 가로가 a칸으로 구성되어 있고, 세로가 b칸으로 구성되어 있을 때, A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $\dfrac{(a+b)!}{a!b!}$



13 정답 ⑤

$A \to P \to B$로 가는 경로의 수는 $\dfrac{4!}{2!2!} \times \dfrac{4!}{3!1!} = 24$이다.

85 정답 9

$y=x+b$와 원 $(x-3)^2+(y-a)^2=2$가 서로 다른 두 개의 교점을 가지려면 직선과 원의 중심 $(3, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{2}$보다 작아야 한다.

따라서 $\dfrac{|3-a+b|}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}$에서 $-2<b-a+3<2$,

$1<a-b<5$를 만족해야한다.

이를 만족하는 순서쌍 $(a, b)=(6, 2)$, $(6, 3)$, $(6,4)$, $(5, 1)$, $(5, 2)$, $(5, 3)$,$(4, 2)$, $(4, 1)$, $(3, 1)$이고 개수는 9이다.

86 정답 ③

패스워드 네 자리 중에 알파벳 a, b, c, d을 중복 사용되는 경우의 수에서 같은 알파벳을 연속하여 사용된 경우의 수를 뺀다..

① 네 자리 중에 특수문자 1개가 포함된 경우

$X\square\square\square$인 꼴을 나열하는 경우의 수 4가지,

네 개의 알파벳이 나머지 3자리에 들어갈 경우의 수는 4^3,

특수문자 X, Y 중 하나를 선택하는 가짓수는 2이다.

그러므로 경우의 수는 $4\times2\times4^3=512$이다.

같은 알파벳 세 개가 연속된 경우의 수는 $X\square\square\square$, $X\square\square\square$인 두 가지에서

알파벳 a, b, c, d 중 연속되는 하나를 선택하는 가짓수는 4,

특수문자 X, Y 중 하나를 선택하는 가짓수는 2이다.

같은 알파벳 세 개가 연속된 경우의 수는

$2\times4\times2=16$이다.

같은 알파벳 두 개가 연속된 경우의 수는

$a\,a\,X\square$, $a\,a\square X$일 때 $4+3=7$이고

$X a\,a\square$, $\square a\,a X$일 때 $3+3=6$이고

$X\square aa$, $\square Xaa$일 때 $3+4=7$이다.

알파벳 a, b, c, d 중 연속되는 하나를 선택하는 가짓수는 4,

특수문자 X, Y 중 하나를 선택하는 가짓수는 2이므로

경우의 수는 $20\times4\times2=160$이다.

따라서 같은 알파벳이 연속된 경우의 수는 176가지이므로 특수문자 1개가 포함된 경우의 수는

$512-176=336$가지이다.

② 두 개의 특수문자 X, Y가 모두 포함될 때

특수문자 2개가 포함된 $X, Y, \square, \square$가 나열되는 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$가지이고 알파벳이 두 개의 자리에 들어갈 경우의 수 $4^2=16$이다. 그러므로 경우의 수는

$12\times4^2=192$이다.

같은 알파벳 두 개가 연속하여 나열되는 경우의 수는

$X\,Y\,a\,a$와 같이 $3!=6$가지, 알파벳을 택하는 4가지에서 모두 24가지이다. 그러므로 두 개의 특수문자 X, Y가 모두 포함되는 경우의 수는 $192-24=168$가지이다. 그러므로 ①②에서 구하는 경우의 수는 $336+168=504$이다.

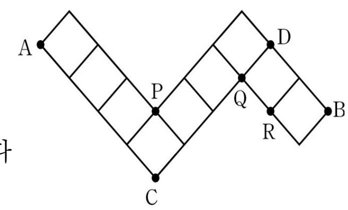
87 정답 ②

그림과 같이 중간 지점을 P, Q라 한다.

C지점과 D지점을 모두 지나지 않는 경로는

$A\to P\to Q\to R\to B$이다

.



따라서 경우의 수는 $\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{3!}{2!}\times1\times2=4\times3\times1\times2=24$

88 정답 ②

그림은 꼭짓점 A를 출발하여 모든 꼭짓점을 한 번씩만 지나고 다시 꼭짓점 A로 돌아오는 경로

$A\to B\to C\to G\to F\to E\to H\to D\to A$ 이다.

① 꼭짓점 A에서 출발하면 세 꼭짓점 B 또는 D 또는 E로 갈 수 있으므로 3가지 경우가 있다.

② $A\to B$인 경우

꼭짓점 B에서 두 꼭짓점 C 또는 F로 갈 수 있으므로 2가지 경우가 있다.

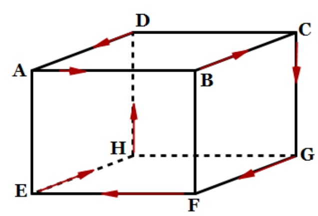
또, 꼭짓점 C에서 두 꼭짓점 D 또는 G로 갈 수 있으므로 2가지 경우가 있다.

그 다음 경로는 한 가지만 가능하다.

$A\to B\to C\to D\to H\to G\to F\to E\to A$

$A\to B\to C\to G\to F\to E\to H\to D\to A$

$A\to B\to F\to E\to H\to G\to C\to D\to A$



02. 특례기출유형

145
정답 ②

주사위 두 수의 합이 7보다 작은 경우의 수는
$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),$
$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),$
$(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(5,1)$ 인 15가지이고,
이 두 눈의 수가 모두 3보다 작은 경우의 수는
$(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)$인 4가지이므로
구하고자 하는 확률은 $\frac{4}{15}$ 이다.

146
정답 ⑤

각 좌석이 구분되므로 총 8명의 학생을 좌석에 배치하는 경우의 수는 8!이다. 모든 여학생이 서로 이웃하게 앉지 않을 경우는 그림과 같다.

그림1

여	남	여
남	╳	남
여	남	여

그림2

남	여	남
여	╳	여
남	여	남

[그림1]과 같이 배정하는 경우의 수는 $4!\times4!$이다.
[그림2]과 같이 배정하는 경우의 수는 $4!\times4!$이다.
따라서 확률 $p=1-\frac{4!\times4!\times2}{8!}=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$이다.
그러므로 구하는 $70p=68$

147
정답 ⑤

$A\bigcirc B$에서 ○에 들어가는 경우의 수는 5가지,
A, B의 자리를 바꾸는 경우의 수 2가지이므로
$A\bigcirc B$ 묶음을 만드는 경우의 수는 5×2가지이다.
$A\bigcirc B$ 묶음과 나머지 사람들이 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$이다.
따라서 7명을 일렬로 세울 때 A와 B 사이에 1명이 있을 확률은 $\frac{5\times2\times5!}{7!}=\frac{5\times2}{7\times6}=\frac{5}{21}$ 이다.

148
정답 ④

집합 $X=\{-1,0,1\}$에서 집합 $Y=\{-2,-1,0,1,2\}$ 로의 함수의 개수는 $5\times5\times5=125$이고
$f(-1)f(1)=0$ 또는 $f(0)\le0$의 부정은 $f(-1)f(1)\neq0$
그리고 $f(0)>0$이므로 경우의 수는 $4\times4\times2=32$이다.
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{32}{125}=\frac{93}{125}$

149
정답 ②

한 개의 주사위를 두 번 던질 때 전체 경우의 수는 36가지이고 6의 배수인 두 수의 곱 ab은
6, 12, 18, 24, 30, 36이다.
$ab=6$일 때 $(a,b)=(1,6),(2,3),(3,2),(6,1)$
$ab=12$일 때 $(a,b)=(2,6),(3,4),(4,3),(6,2)$
$ab=18$일 때 $(a,b)=(3,6),(6,3)$
$ab=24$일 때 $(a,b)=(4,6),(6,4)$
$ab=30$일 때 $(a,b)=(5,6),(6,5)$
$ab=36$일 때 $(a,b)=(6,6)$
따라서 두 수의 곱이 6의 배수인 경우의 수는 15가지이므로 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

150
정답 ①

1부터 9까지의 9개의 자연수 중에서 서로 다른 3개의 수를 택하는 경우의 수는 ${}_9C_3$이고,
7을 포함하고 1부터 6까지 6개의 자연수 중에서 서로 다른 2개의 수를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_2$이다.
따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{{}_6C_2}{{}_9C_3}=\frac{5}{28}$ 이다.

151
정답 ④

6개의 공에서 3개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는
${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$
세 수들의 합이 5의 배수가 되는 경우의 수는
$(1,3,6)$, $(1,4,5)$, $(2,3,5)$, $(4,5,6)$인 4개이다.
그러므로 구하는 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$이다.

157

정답 ②

수학 특강을 수강하는 사건을 A, 국어 특강을 수강하는 사건을 B라고 하면 $P(A)=0.75$, $P(B)=0.6$, $P(A\cap B)=0.4$이다.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=0.75+0.6-0.4=0.95$

수학 특강을 수강하지 않았을 때 이 학생이 국어 특강을 수강하지 않았을 확률은

$$P(B^C|A^C)=\frac{P(B^C\cap A^C)}{P(A^C)}=\frac{1-P(B\cup A)}{1-P(A)}=\frac{0.05}{0.25}=0.2$$

158

정답 ④

3문제 중에서 2문제 이상을 맞히면 통과하는 테스트에서 통과할 경우는

① 2 문제로 통과하는 경우의 확률은 ${}_3C_2\,(0.6)^2\,(0.4)$

② 3 문제로 통과하는 경우의 확률은 ${}_3C_3\,(0.6)^3$

학생이 이 테스트를 통과했을 때, 3문제를 모두 맞혔을 확률은 $\dfrac{{}_3C_3\,(0.6)^3}{{}_3C_2\,(0.6)^2\,(0.4)+{}_3C_3\,(0.6)^3}=\dfrac{0.6}{1.2+0.6}=\dfrac{1}{3}$

159

정답 ④

15명의 학생 중에서 임원 3명을 선발하는 경우의 수는

${}_{15}C_3=\dfrac{15\cdot14\cdot13}{3\cdot2\cdot1}=455$

① 각 학년에서 1명씩 골고루 나올 경우의 수는

${}_5C_1\times{}_6C_1\times{}_4C_1=120$이므로 $a=\dfrac{120}{455}$

② 1학년 학생 3명이 선발되는 사건을 A, 2학년 학생 3명이 선발되는 사건을 B, 3학년 학생 3명이 선발되는 사건을 C라고 하면

$P(A)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{10}{455}$,

$P(B)=\dfrac{{}_6C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{20}{455}$,

$P(C)=\dfrac{{}_4C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{4}{455}$

이때, 세 사건 A, B, C는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은 $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$

$=\dfrac{10}{455}+\dfrac{20}{455}+\dfrac{4}{455}=\dfrac{34}{455}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{120}{455}+\dfrac{34}{455}=\dfrac{154}{455}$

160

정답 ②

S, T 팀의 응원 여부를 표로 나타내면 다음과 같다.

	남자	여자
S팀 응원하는 사람 수	a	b
T팀 응원하는 사람 수	c	d
합계(명)	1200	800

2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자였을 때

이 남자가 S팀을 응원할 확률 $\dfrac{a}{1200}=\dfrac{2}{5}$에서 $a=480$이다.

2000명 중 임의로 선택한 한 명이 여자였을 때 이 여자가 T팀을 응원할 확률 $\dfrac{d}{800}=\dfrac{4}{5}$에서 $d=640$이다.

그러므로 S팀을 응원하는 관람객의 수

$a+b=480+800-640=640$명이다.

161

정답 ④

이 학교의 모든 학생들은 남학생이거나 여학생이고

테니스 동아리의 회원이거나 회원이 아닌 학생들이다.

이를 표로 나타내면 아래와 같다.

	남학생	여학생	합계(%)
동아리 회원	40×0.2	60×0.1	14
동아리 비회원	32	54	
합계(%)	40	60	100

이 학교의 학생 중에서 임의로 선택한 한 명이 테니스 동아리의 회원인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라고 하면

$P(A)=\dfrac{14}{100}$, $P(A\cap B)=\dfrac{8}{100}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{8}{100}}{\frac{14}{100}}=\frac{4}{7}$$

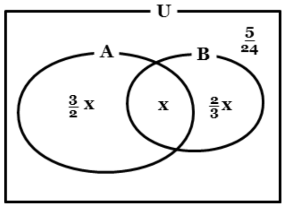
173

정답 ①

$2P(A)=3P(B)=5P(A\cap B)$에서

그림과 같이 $P(A\cap B)=x$라면

$P(A)=\frac{5}{2}x,\ P(B)=\frac{5}{3}x$이다.



$P(A^c\cap B^c)=P((A\cup B)^c)=1-P(A\cup B)=\frac{5}{24}$이므로

$P(A\cup B)=\frac{18}{25}$이다. $\frac{3}{2}x+x+\frac{2}{3}x=\frac{18}{25}$에서 $x=\frac{1}{4}$

$\therefore\ P(A^C)=1-P(A)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

174

정답 ②

$\frac{1}{5P(A)}+P(B|A)=2P(B^c|A)$에서

$\frac{1}{5}\frac{1}{P(A)}+\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=2\frac{P(A\cap B^c)}{P(A)}$이므로

$\frac{1}{5}+P(A\cap B)=2P(A\cap B^c)$이다.

그러므로 $P(A\cap B)=\frac{2}{5}$이고 $P(A)=\frac{7}{10}$이다.

$\therefore P(A^c)=1-P(A)=\frac{3}{10}$

175

정답 ③

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{17}{20}$

$\frac{1}{4}+P(B)-\frac{1}{4}P(B)=\frac{17}{20}\quad\therefore\ P(B)=\frac{4}{5}$

$P(A^C|B^C)=\frac{P(A^C\cap B^C)}{P(B^C)}=\frac{P((A\cup B)^C)}{1-P(B)}$

$=\frac{\frac{3}{20}}{1-\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$

176

정답 ③

한 개의 공과 한 개의 동전을 각각 3번씩 던지므로 횟수 a, b가 가지는 수의 범위는 $0, 1, 2, 3$이다.

이 때 $a+b=5$인 경우는 $(a, b)=(2, 3),\ (3, 2)$

① $a=2, b=3$인 경우의 확률은

($a=2$일 때의 확률) $\times$($b=3$일 때의 확률)

즉, 한 개의 공을 3번 던질 때, 2번 스트라이크가 되는 확률은 ${}_3C_2\,(0.6)^2\,(0.4)^1$

한 개의 동전을 3번 던질 때 동전의 앞면이 3번 나올 확률은 ${}_3C_3\,(\frac{1}{2})^3$

그러므로 ${}_3C_2\,(0.6)^2\,(0.4)^1\times{}_3C_3\,(\frac{1}{2})^3$

② $a=3, b=2$인 경우의 확률은

($a=3$일 때의 확률) $\times$($b=2$일 때의 확률)

위와 같은 방법으로 ${}_3C_3\,(0.6)^3\times{}_3C_2\,(\frac{1}{2})^3$

구하는 확률은 ${}_3C_2\,(0.6)^2\,(0.4)^1\times{}_3C_3\,(\frac{1}{2})^3$

$+{}_3C_3\,(0.6)^3\times{}_3C_2\,(\frac{1}{2})^3=0.135$

177

정답 ③

매 시행마다 일어나는 사건은 서로 독립이고 한 문제마다 정답을 고를 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

시행을 독립적으로 20번 반복했을 때 그 중에서 정답을 19번 고를 사건의 가짓수는 20개 중에서 19개를 뽑는 조합이므로 ${}_{20}C_{19}$가지이고 각각의 확률은 모두 $(\frac{1}{5})^{19}\,\frac{4}{5}$로 같다.

그러므로 20번 시행 시 정답을 19번 고를 확률은

${}_{20}C_{19}(\frac{1}{5})^{19}\,\frac{4}{5}\ \cdots$①

같은 방법으로 20번 시행 시 정답을 20번 고를 확률

${}_{20}C_{20}(\frac{1}{5})^{20}\ \cdots$②

그러므로 ①, ②에서 구하는 확률은

${}_{20}C_{19}(\frac{1}{5})^{19}\,\frac{4}{5}\ +{}_{20}C_{20}(\frac{1}{5})^{20}=\frac{81}{5^{20}}$